

Marko Huusela

KUINKA ISO SUORAKULMIO ON?

Kuudennen luokan oppilaiden taito arvioida suorakulmioiden
pinta-aloja

TIIVISTELMÄ

Marko Huusela: Kuinka iso suorakulmio on?
Kandidaatintutkielma
Tampereen yliopisto
Kasvatustieteiden tutkinto-ohjelma. Luokanopettaja
Syyskuu 2019

Tutkimuksen tarkoituksena on selvittää kuinka hyvin kuudesluokkalaiset osaavat laskea ja arvioida suorakulmion muotoisia pinta-aloja ennen ja jälkeen opetusjakson. Tutkimuksessa myös selvitetään oppilaiden omaa kokemusta pinta-ala tehtävien mahdollisesta haastavuudesta.

Tutkimus toteutettiin opetusjaksossa, joka käsitti kolme opetuskertaa. Opetusjakson vaikutusta tutkittiin vertailemalla alkua- ja lopputestin tuloksia. Aineisto käsittää 20 pirkanmaalaisen koulun oppilasta ja aineisto kerättiin vuoden 2018 lokakuussa. Tuloksissa käytettiin testilomakkeesta saatuja arvoja ja opetuskerroilla saatuja havaintoja.

Tutkimuksessa tuloksista selviää, että molemmat sekä oppilaiden pinta-alalaskutaidot että arviointitaidot ja kyvyt paranivat opetusjakson jälkeen. Havainnoissa paljastuu myös, ettei oppilailla ollut keinoja arvioida pinta-aloja ennen opetusjaksoa.

Avainsanat: Arviointi, laskutaito, pinta-ala, matematiikka

Sisällys

1	JOHDANTO	4
2	TEOREETTINEN VIITEKEHYS	6
2.1	MATEMAATTINEN AJATTELU	6
2.2	GEOMETRINEN AJATTELU: PINTA-ALAT	8
3	PERUSKOULUN MATEMATIIKAN OPETUS	10
3.1	TAITO JA KYKY	10
3.2	MATEMATIIKKA OPETUSSUUNNITELMASSA	11
4	AIHEESEEN LIITTYVÄÄ TUTKIMUSTIETOA	13
4.1	PERUSKOULUN PITKITTÄISTUTKIMUKSET MATEMAATTISESTA OSAAMISESTA	13
4.2	TUTKIMUKSIA OPETUSMATERIAALEISTA JA TOIMINNALLISESTA OPETUKSESTA	15
5	TUTKIMUKSEN TOTEUTUS	17
5.1	TUTKIMUKSEN TARKOITUS JA TUTKIMUSKYSYMYKSET	17
5.2	TUTKIMUKSEN MENETELMÄT	17
5.2.1	<i>Toimintatutkimus</i>	18
5.2.2	<i>Tehtävälomakkeen laatiminen</i>	19
5.3	AINEISTON KERUU	20
5.3.1	<i>Aineistonkeruu, alku- ja lopputesti</i>	21
5.3.2	<i>Aineistonkeruu, Oppitunnit</i>	22
6	TUTKIMUSTULOKSET	24
6.1	OPPILAIEN LASKUTAITO SUORAKULMION PINTA-ALASTA	24
6.2	SUORAKULMIOIDEN KOKOLUOKAN ARVIOINTI	26
6.3	ARVIOINTIKYVYN KEHITYS	27
7	POHDINTA JA LUOTETTAVUUS	29
7.1	LUOTETTAVUUS JA EETTISYYS	29
7.2	POHDINTA	30
7.3	JATKOTUTKIMUSMAHDOLLISUUDET	32
8	LÄHTEET	34

1 JOHDANTO

Opinnäytetyön idea sai alkunsa matematiikan tunnilla opetusharjoittelussa. Käsittelimme opetusharjoitusparini kanssa tilavuuksia, ja kehitimme viimeisille tunneille arviointitehtävän. Tehtävässä oppilaat arvioivat silmämääräisesti erikokoisten laatikoiden tilavuuksia. Laatikot vaihtelivat tulitikkurasiasta suuriin muropakkauksiin. Sen jälkeen oppilaat mittasivat laatikot ja laskivat tarkat tilavuudet pareittain, ja lopuksi kävimme oikeat vastaukset läpi. Kyseisellä tunnilla huomasin oppilaiden innostuksen aihetta kohtaan, mutta myös erittäin suuret vaihtelut oppilaiden arvioissa, huolimatta siitä, että olimme käsitelleet eri tilavuuksia kirjasta koko menneen viikon.

Opinnäytetyön aiheeksi tarkentui kuudennen luokan oppilaiden taito laskea ja kyky arvioida pinta-aloja. Työn alussa käsittelen oppilaiden matemaattista ajattelua ja geometrista ajattelua. Lisäksi avaan mitä perusopetuksen opetussuunnitelmassa määrätään geometrian opetuksesta. Seuraavaksi työssä tarkastellaan aiempia tutkimuksia aihepiiristä. Luvussa 5 kerrotaan tutkimuksen toteutuksesta ja valituista menetelmistä. Tutkimustulokset käydään läpi luvussa 6 ja viimeisenä lukuna on pohdinta työn luotettavuudesta, tutkimustuloksista ja tulevaisuuden mahdollisuuksista.

Tämän tutkimuksen tavoitteena on selvittää osaavatko kuudesluokkalaiset pinta-ala laskuja, miten he osaavat arvioida pinta-aloja ilman mittavälineitä, ja muutaman opetuskerran avulla selvittää kehittyikö oppilaiden taidot ja kyvyt asiassa.

Tutkimus on lähestymistavaltaan toiminnallinen, joka on nykyisen opetussuunnitelman tavoitteiden kanssa samalla linjalla (Opetushallitus 2014. 20-21). Toiminnallisuus on esillä, myös koska aiemmissa tutkimuksissa on noussut esille oppikirjan käyttö matematiikan tunneilla. (Joutsenlahti & Vainionpää. 2010)

Tutkimuksen menetelmät olivat yhdistelmä laadullista ja määrällistä tutkimusta. Tutkimuksessa keräämäni lomake on luoteeltaan määrällinen

monivalintakysymyksineen. Laadullisina piirteinä oli pidetyt oppitunnit, joissa toimin itse opettajana, sekä tunneilta poimitut havainnot.

2 TEOREETTINEN VIITEKEHYS

Tutkimuksessa käsitellään oppilaiden yleistä matemaattista ajattelua sekä geometrisesta ajattelusta pinta-aloja. Tutkimuksessa tarkastellaan myös geometrian opetusta uuden opetussuunnitelman näkökulmasta. Jotta ymmärrettäisiin paremmin, kuinka oppilas työstää annettuja matemaattisia tehtäviä, täytyy myös ymmärtää, kuinka hän ajattelee tehtävät auki. Opinnäytetyössä oppilaan matemaattista ajattelua kuvataan Joutsenlahti & Rätty (2014. 51-52) artikkelissa kuvatulla neljän kielenmallilla. Valitsin neljän kielen mallin, aiemmasta kolmen kielen mallista, (Joutselahti & Kulju. 2010. 81) koska siinä huomioidaan myös matematiikan opetuksessa käytettävät toimintamateriaalit taktiilisen toiminnan kielen muodossa. Matemaattisen ajattelun jälkeen, käsittelen oppilaiden geometristä ajattelua ja tarkemmin pinta-aloja. Pinta-alojen muodostuksessa pohjana toimii erityisesti Battistan (2003) ajatukset ja kuinka oppilaan geometrinen ymmärrys pinta-aloista kehittyy ja mitä vaiheita ajattelussa esiintyy. Oppilaan keinojen ja ajattelun ymmärtäminen nivoutuu yhteen perusopetuksen opetussuunnitelmassa (Opetushallitus. 2014) ja kuinka siellä on määrätty matematiikan opetusta, sen yleisistä tavoitteita, sekä geometriasta opetettavista kokonaisuuksista.

2.1 Matemaattinen ajattelu

Joutsenlahti on käsitellyt kielentämistä laajasti 2000-luvun aikana (mm. 2003, 2009, 2010, 2015). Opinnäytetyössä käytetään Joutsenlahden & Rätyn (2015) käyttämää neljän kielen mallia. Neljän kielen malli eroaa Joutsenlahden & Kuljun (2010) kolmen kielen mallista, niin että siinä otetaan huomioon myös toimintamateriaalit ja niiden kautta tapahtuva kielentäminen. Opinnäytetyössä yksi näkökulmista luokkahuoneessa tapahtuvaan matematiikkaan ja sen parissa tehtyihin tehtäviin on neljän kielen kautta tapahtuva kielentäminen.

Neljän kielen malli sisältää: luonnollisen kielen, matemaattinen symbolikieli, kuviokielen ja toiminnallisin taktiilisen kielen. Luonnollisella kielellä tarkoitetaan ihmisen omaa äidinkieltä tai muuta kansallista kieltä. Luonnollisella kielellä voidaan kommunikoida suullisesti tai kirjallisesti. Matematiikan symbolikielellä tarkoitetaan matemaattisia merkintä tapoja, jotka ovat loogisia ja yksiselitteisiä. Joutsenlahti & Rätty mainitsevat matematiikan symbolikielen olevan rajoittunut muiden keinotekkoisten kielten ohella, koska sen avulla esimerkiksi on vaikea ilmaista affektioita. Kuviokieli käsittää matemaattiset kuviot. (Joutsenlahti & Rätty 2015.)

Joutsenlahti & Rätyn (2015) neljän kielen malli täydentää aiempaa mallia. Aiemmassa Joutsenlahti & Kulju (2010) kielentämisen mallissa, paino piste oli puhutussa ja kirjoitetussa kielessä. Joutsenlahti & Rätty huomasivat omassa tutkimuksessaan, että matematiikassa käytetään myös toiminnallisia keinoja, esimerkiksi murtolukupaloja. Tästä syystä he päätyivät lisäämään kielentämisen malliin neljännen kielen taktiilisen toiminnan kielen. Taktiilisessa toiminnan kielessä matemaattinen ajattelu ei ilmene puheena tai matemaattisina symboleina, vaan käsin kosteltavan toimintana.

Kielentäminen on myös sosiaalinen prosessi. Joutsenlahti (2003) selventää matemaattisen käsitteen kielentämistä ja kuinka oppilas konstruoi käsitettä myös itsellensä, kun hän kertoo käsitteen sisältöä muille. Ilmaisun aikana muut oppilaat pystyvät vertamaan omaa oppimaansa käsitteestä ja näin ymmärtämään sitä paremmin reflektoinnin kautta, sekä keskustelemalla muiden oppilaiden kanssa käsitteen sisällöstä.

Kielentäminen jäsentää pinta-alojen arvioinnin prosessia. Joutsenlahti & Rätty (2015) määrittelivät tutkimuksessaan kielentämisen tarkoittavan:

”matemaattisen ajattelun ilmaisemista kielen avulla pääsääntöisesti suullisesti tai kirjallisesti, mutta esimerkiksi alakoulussa toiminnallisesti”

Valitsin Joutsenlahden & Rätyn neljän kielen mallin tutkimuksen pohja-ajatuksiksi koska koin pinta-alan arviointi prosessissa esiintyvän kaikki kielet. Esimerkkinä tutkielman viimeisellä opetuskerralla oli tehtävänä ensin arvioida pulpetin kannen pinta-ala, jonka jälkeen arviota tuli verrata tarkkaan pinta-alaan, joka saatiin mittaamalla ja laskemalla kannen pinta-ala. Prosessi siis alkoi luonnollisella

kielellä ja kuviokielellä. Ensin pulpetin kansi tuli muuttaa luonnollisesta kielestä kuviokieleen, mahdollisesti suorakulmioon tai neliöön. Tämän jälkeen käytettiin arvioinnin apuna aiemmalla opetuskerralla opittua vaaksaa, joka vastaa taktiilista toiminnankieltä. Lopuksi saadut mitat siirrettiin matemaattiseen symbolikieleen suorittamalla suorakulmion pinta-alan lasku saaduilla arvoilla. Tehtävä myös tehtiin pienryhmissä, jolloin oppilaat keskustelivat keskenään prosessin ajan, näin sanottaen itsellensä ja toisillensa käytävää prosessia. Näin tehtävässä siis käytetään kaikkia kieliä sekä kielentämisen sosiaalista puolta.

2.2 Geometrinen ajattelu: Pinta-alat

Battistan (2003) mukaan laskeaksemme jonkin kappaleen alan, määrittelemme yksikkö neliömäärän alalta mitä olemme mittaamassa. Muidenkin muotojen kuin neliöiden käyttö on mahdollista, mutta usein neliöt ovat helpoin muoto ymmärtämisen kannalta. Pinta-alojen ymmärryksen kehittymisen perusta on, kuinka ymmärrämme järkevästi järjestää nuo neliöt. Tämä pinta-alojen neliöihin jaon ajatusprosessi voidaan jakaa neljään osaa: Mentaalisten mallinnusten luominen ja käyttäminen (forming and using mental models), avaruudellinen rakentaminen (spatial structuring), yksiköiden paikantaminen (units-locating) ja yhdistelmien järjestely (organizing-by-composites). (Battista. 2003. 122. Suomennokset tekijän)

Yksilö luo aluksi malleja ja analysoi objekteja. Mentaalisten mallinnusten luomisessa ja käytössä yksilö käyttää ymmärryksen apuna mentaalisia esityksiä visualisoidakseen ja ymmärtääkseen tilannetta. Mentaaliset esitykset joko luodaan mielikuvituksesta tai kokemuksia muistelemalla. Avaruudellisessa rakentamisessa yksilö ymmärtää tarkasteltavaa esinettä tai objektia tiivistämällä sen koostumuksen ja muodon, niin että hän identifioi, yhdistelee sekä organisoii sen osat. Jotta avaruudelliselle rakentamiselle tyypinen järjestely ja organisoiminen olisi mahdollista, täytyy yksilöllä olla kehittynyt mentaalisten mallien muodostaminen riittävälle tasolle. Tämän taidon kehittymiseen vaaditaan kaksi muuta ajatusprosessia. (Battista. 2003. 123.)

Yksilö havaitsee ja koostaa rakentamansa neliöt ja järjestelelee kehittyneemmiksi kokonaisuuksiksi. Yksiköiden, pinta-alojen tapauksessa neliöiden, paikannuksessa yksilö ymmärtää missä kohtaa mahdollinen

kuvittelemansa neliö on objektia. Tämän jälkeen hän järjestää neliöt kokonaisuudeksi ja osaa sijoittaa ne objektin suunta ulottuvuuksissa. Lopuksi yhdistelmien järjestelyssä yksilö yhdistää yksinkertaisten yksiköiden, pinta-alojen tapauksessa neliöiden, kokoelmia, monimutkaisemmiksi kokonaisuuksiksi. (Battista. 2003. 123.)

Silfverbergin (2018) näkemykset oppilaiden geometrisesta ymmärryksestä jakautuvat kahteen osaan. Silfverberg kuvaa geometrian seuraavanlaisesti: ”geometria tarjoaa matemaattisia työvälineitä spatiaalisten tilasuhteiden tajuamiseen ja niillä operointiin”. Molemmat siis sekä Silfverberg sekä Battista näkevät geometrisen ajattelun perustuvan osaksi avaruudelliseen hahmottamiseen. Silfverberg jatkaa luonnehdintansa avaamista ja kuinka geometrinen ymmärrys ilmenee eri tavoin. Osa oppilaiden avaruudellisten suhteiden hahmottamisen prosessista on oppimisen kautta hankittua taitoa ja osan hän kokee olevan ihmiselle lajityypillistä tai kulttuurista tapaa hahmottaa visuaalisia ominaisuuksia reaaliympäristöstä. Esimerkkinä hän antaa muutaman vuoden ikäiset lapset ja kuinka heillä on jo esimerkiksi kyky hahmottaa avoin viiva suljetusta. (Silfverberg 2018. 87.)

3 PERUSKOULUN MATEMATIIKAN OPETUS

3.1 Taito ja kyky

Taidot kehittyvät harjoittelun kautta. Jotta voidaan ymmärtää mitä tarkoitetaan termillä "matemaattiset taidot", täytyy myös ymmärtää mitä tarkoitetaan käsitteellä taito. Tässä tutkielmassa käsitteen määrittelyssä käytetään Saariluoman (1990) määrittelyä: "Taidot ovat opittuja käyttäytymisen muotoja, jotka on saavutettu järjestelmällisen harjoittelun avulla." Taitoja määrittää myös niiden suhteellinen kapea-alaisuus. Tämä tarkoittaa, ettei korkeatasoista taitoa ole yleensä mahdollista saavuttaa useissa asioissa. Eli ihminen pystyy harjoittelemaan yhden taidon huippuunsa, mutta toisen erilaisen taidon hankkiminen samalle tasolle on epätodennäköistä. Tosin taidoilla on siirtovaikutus lähialueille, jolloin opittu taito tukee toisia taitoja tiettyyn pisteeseen asti. (Saariluoma 1990. 17-19.)

Kyky eroaa taidosta. Kuten edellisestä kappaleesta käy ilmi taito on harjoittelun kautta opittuja käyttäytymisen muotoja (Saariluoma 1990). Taidon lisäksi puhutaan usein kyvystä tehdä jotakin. Kyvyt ovat evoluution myötä ihmisille ja eläimille kehittyneitä taitoja ja osaamisia, mitkä lajin jäsen osaa luonnostaan tai harjoittelun jälkeen (Niiniluoto 1996). Verrattuna taitoon, kykyä ei siis välttämättä tarvitse harjoituttaa, jotta se on jo.

Opetussuunnitelmassa esiintyy molemmat käsitteet taito että kyky. Esimerkkinä "Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet 2014" sivulla 237 mainitaan seuraavaa:

"Oppilaiden matematiikan osaamista ja taitojen kehittymistä seurataan jatkuvasti. Tarjottava tuki antaa oppilaille mahdollisuuden kehittää taitojaan niin, että myönteinen asenne ja kyvykkyyden tunne vahvistuvat."

Tässä tutkimuksessa taito liitetään taitoon mitata ja laskea asioiden pinta-aloja, mutta myös taitoon arvioida pituuksia. Kyky taas liitetään kykyyn arvioida eri pituuden yksiköissä pituuksia ja pinta-aloja.

3.2 Matematiikka opetussuunnitelmassa

Perusopetuksen Opetussuunnitelman perusteissa 2014 ohjeistetaan suomalaisen peruskoulun opetuksesta. Suunnitelmassa kerrotaan opetettavat aihekokonaisuudet aine- ja luokka-astekohtaisesti. Lisäksi opetussuunnitelma sisältää opetuksen valtakunnalliset tavoitteet ja tavoitteet laaja-alaisesta osaamisesta (Opetushallitus 2014. 19-24). Ohjeistuksessa myös määritellään opetusympäristöistä ja työtavoista. Näistä annetaan tarkempi ohjeistusta, kuinka muun muassa oppiaineiden ominaispiirteet ja laaja-alaisen osaamisen kehittäminen tulisi huomioida tapoja valittaessa. Lisäksi mainitaan tutkivan ja ongelmalähtöisen työskentelyn edistävät vaikutukset. (Opetushallitus 2014. 29-31.) Uusi opetussuunnitelma julkaistiin vuonna 2014 ja se on ollut käytössä opetuksessa alkaen vuodesta 2016. Jatkossa opetussuunnitelmasta puhuttaessa tarkoitetaan tätä 2014 vuoden opetussuunnitelmaa.

Matematiikan opetus on kumulatiivista. Opetussuunnitelmassa alakoulun, luokat 1-6, puolella matematiikan tehtävä on kehittää oppilaiden matemaattista ajattelua kokonaisuutena. Opetuksen tarkoitus on luoda pohja matemaattisten käsitteiden ja rakenteiden ymmärtämiselle. Lisäksi opetussuunnitelmassa huomioidaan matematiikan kumulatiivinen luonne, jonka vuoksi opetuksen tulisi edetä systemaattisesti. (Opetushallitus 2014. 128, 234.) Sama kumulatiivinen luonne huomioidaan myös Aunola & Nurmen (2018) artikkelissa, jossa taitojen kehityksen kannalta ehdotetaan tarkempaa huomioita oppilaiden kehitykseen jo ensimmäiseltä luokalta lähtien tai jopa aiemmin. Matemaattiset taidot kehittyvät yksinkertaisista osataidoista monimutkaisemmiksi taidoiksi. (Aunola & Nurmi 2018. 64.) Kehityskaari on linjassa aiemmin mainitun Saariluoman (1990) määritelmän kanssa taidoista.

Matematiikan kohdalla oppiaineen tehtävässä mainitaan keskeisenä osana opetusta ja oppimista ovat konkretia ja toiminnallisuus. Maininta löytyy jokaisen luokka-asteen kohdalla. (Opetushallitus 2014. 128, 234 ja 374.) Luokka-asteilla 1-6 mainitaan konkretian opetuksen tavoitteet osuudessa työskentelyn taidot.

”kannustaa oppilasta esittämään päättelyään ja ratkaisujaan muille konkreettisin välinein, piirroksin, suullisesti ja kirjallisesti myös tietojen ja viestintäteknologiaa hyödyntäen.”

Tämä tavoite tukee myös kielentämisessä olevaa sosiaalista puolta. Konkretian mahdollisia toteutumisen edellytyksiä pohditaan tarkemmin pohdinta osuudessa.

4 AIHEESEEN LIITTYVÄÄ TUTKIMUSTIETOA

Suomessa peruskoulun oppilaiden matemaattista osaamista on seurattu kahden vuoden välein vuodesta 1998 alkaen (Niemi 2008. 15). Näistä arvioinneista on tehty useita tutkimuksia (muun muassa Niemi 2008, Rautopuro 2013 ja Metsämuuronen 2013). Tutkimuksissa on selvitetty oppilaiden matematiikan eri osa-alueiden osaamista, asennetta ainetta kohtaan ja muita mahdollisia tekijöitä numeroiden taustalla. Tutkimukset antavat kuvan Suomen peruskoulun oppilaiden matemaattisten taitojen kehityksestä, mahdollisista alueellisista eroista koko maan tasolla, sukupuolten välillä, sekä matematiikan osa-alueissa. Käsittelen tehdyistä tutkimuksista tarkemmin kokoelmateoksia Niemi 2008, Niemi & Metsämuuronen 2010 ja Metsämuuronen 2013. Näistä Niemi 2008 ja Niemi & Metsämuuronen 2010 käsittelevät peruskoulun kuudennen luokan oppilaiden osaamista eri vuosina, ja Metsämuuronen 2013 tarkastelee matemaattisten taitojen kehittymistä koko peruskoulun ajalta, käsitellen saman ikäluokan testejä kolmannelta, kuudennelta ja yhdeksänneltä luokalla.

4.1 Peruskoulun pitkittäistutkimukset matemaattisesta osaamisesta

Peruskoulun oppilaiden matemaattista osaamista arvioidaan säännöllisesti. Opetushallituksen arvioinnit ovat pääasiallisesti keskittyneet peruskoulun päättöluokkaan, mutta arvioinneissa on ainakin kolme kertaa tutkittu myös kuudennen luokan osaamista, nämä ovat tapahtuneet vuosina 2000, 2007 ja 2008. Tutkittavina aihealueina ovat olleet luvut, laskutoimitukset ja algebra; geometria sekä tietojen käsittely, tilastot ja todennäköisyys, lisäksi yhdeksännellä luokalla tutkitaan myös funktioiden osaamista. Aihealueita on tutkittu päässälaskujen, monivalinta- sekä tuottamistehtävien kautta. Arvioinneissa suoritetaan myös asenne kartoitus matematiikkaa kohtaan. Oppilasarviointien

lisäksi myös luokan opettajat ja koulun rehtori vastasivat kirjallisiin kyselylomakkeisiin. (Niemi 2008 ja Niemi & Metsämuuronen 2010.)

Tutkimuksia vertailemalla voidaan päätellä, että peruskoulumatematiikassa geometrian osa-alueen osaaminen on laskussa. Niemen (2008) analysoimassa vuoden 2007 aineistossa matematiikan kokeen keskimääräinen ratkaisuprosentti oli 62,2 prosenttia. Ratkaisuprosentilla tarkoitetaan, kuinka paljon oppilaat saivat pisteitä maksimipistemäärästä. Geometria osa-alueen keskimääräinen ratkaisuosuus oli 68 prosenttia, kun luvut, laskutoimitukset ja algebra osuudessa keskimääräinen ratkaisuosuus oli 55,7 prosenttia ja tietojen käsittely, tilastot ja todennäköisyys 77,3 prosenttia. (Niemi 2008. 52, 55-57.) Seuraavana vuonna 2008 kerättiin uudestaan aineistoa kuudennen luokan oppilailta. Tällä kertaa kokeen kokonaisratkaisuprosentti oli 61,6 prosenttia (Niemi 2010). Kokonaisratkaisuprosentti ei siis eroa merkittävästi edellisvuodesta. Ero testien välille syntyykin eri osa-alueiden osaamisessa. Geometrian keskimääräinen ratkaisuosuus on 56 prosenttia. Taas luvut, laskutoimitukset ja algebran keskimääräinen ratkaisuosuus on 63 prosenttia ja tietojen käsittely, tilastot ja todennäköisyys osuudessa se oli 68 prosenttia. (Niemi 2010. 47-49) 2008 vuonna geometrian osaaminen oli siis kaikista heikointa kolmesta osa-alueesta. Näitä kahta tutkimusta vertailemalla voidaan päätellä, että geometrian osaaminen on laskenut. Tosin jotta voitaisiin tehdä selkeämpiä päätelmiä, tarvittaisiin vertailukohtia myös 2010-luvun puolelta.

Oppilaat kokevat matematiikan hyödyllisenä. Molempien vuosien asennekartoitukset kertoivat että, oppilaat pitivät ainetta hyödyllisenä. Kyselyssä paljastuu myös, että asenne ainetta kohtaan on neutraali ja pojilla on positiivisempi käsitys omista taidoistaan tyttöihin verrattuna. Asenteet asteikolla kirjattiin tutkimuksessa -2 - +2 jossa -2 oli täysin eri mieltä ja +2 täysin samaa mieltä. Käsitys aineen hyödyllisyydestä oli vuonna 2007 1.2 ja vuonna 2008 1.1. Oppiaineesta pitäminen oli molempina vuosina neutraalia 2007 se oli 0 ja 2008 se oli 0.1. Oppilaan käsitys omasta osaamisesta oli pojilla vuonna 2007 0,7 ja 2008 0,8. Tyttöillä arvot olivat 2007 0,2 ja 2008 0,4. (Niemi 2008. 45 ja Niemi 2010. 31.)

4.2 Tutkimuksia opetusmateriaaleista ja toiminnallisesta opetuksesta

Oppikirjat ovat erittäin suuressa roolissa opetuksessa. Matematiikan oppikirjojen rooli tulee esille Joutsenlahden & Vainionpään (2010) tutkimuksessa jossa 363 vastanneesta opettajasta jopa 97% piti oppikirjaa melko tai erittäin tärkeänä matematiikan opetuksessa, lisäksi 88% piti myös opettajan opasta melko tai erittäin tärkeänä opetuksessa. Tutkimuksessa myös selviää että 84,7% vastanneista oli "samaa tai täysin samaa mieltä" kun kysyttiin etenevätkö he matematiikan opetuksessa järjestyksessä matematiikan kirjaa sivu sivulta. Tosin vain 63,6% opettaa uudet asiat oppikirjan ehdottamalla tavalla. Oppikirjan merkityksen olleessa erittäin suuri opetuksessa, korostuu myös se, millainen oppikirja on. (Joutsenlahden & Vainionpään 2010. 138-139.)

Rajala (2016) tutki pro-gradu työssään mittaamisen nykytilannetta 2. luokan matematiikassa oppikirja-analyysin avulla. Tutkimuksessa analysoitiin kolme eri 2. luokan matematiikan oppikirjaa ja opettajan opasta. Kirjoista tarkasteltiin mittaamisen osa-aluetta. Rajalan pro-gradu työssä selvisi, että oppikirjat opettavat mekaanista laskemista. Rajalan (2016) tarkastelussa 2. luokan matematiikan kirjoissa tehtävä tyypit jaettiin: peruslaskutaitoja vahvistaviin tehtäviin, päättelytehtäviin ja konkreettisiin tehtäviin. Jakaumat vaihtelivat kirjasarjoittain, mutta kaikkia kirjasarjoja yhdisti konkreettisten tehtävien vähäisyys. Suurin määrä konkreettisia tehtäviä oli 16% kirjan tehtävistä, seuraavassa kirjasarjassa 5% tehtävistä ja kolmannessa kirjasarjassa ei ollut yhtäkään konkreettiseksi tehtäväksi luokiteltua tehtävää. Kirjoista ei myöskään löytynyt yhtäkään tehtävää mikä olisi mennyt Rajalan itse määrittelemiin toiminnallisiin tehtäviin. Rajala huomauttaakin kirjojen tehtävistä, etteivät ne anna todellista kokemusta opittavasta asiasta, vaan ne ovat perinteisiä kynä paperi - tehtäviä. (Rajala 2016. 49-50)

Opetus on hyvinkin kirjapainotteista. Mattila & Rautapuro (2013) tutkivat vuonna 2012 Opetushallituksen keräämästä arviointi aineistosta opetukseen liittyviä käsityksiä peruskoulun päättövaiheessa, niin opettajan kuin oppilaan puolelta. Opettajat ja oppilaat vastasivat muun muassa kysymyksiin käytetyistä työtavoista ja työrauhasta oppitunneilla. Kysymyksiin vastattiin asteikolla 1-5, jossa 1 tarkoitti "ei lainkaan" ja 5 "lähes aina". Opettajien ja oppilaiden vastaukset

olivat suurimassa osassa kysymyksiä lähellä toisiaan, mutta poikkeuksiakin löytyi. Esimerkiksi selvät erot olivat, kun kysyttiin työskentelytavoista. Oppilaat kokivat opettajia vähemmän, ettei tunneilla opiskeltu ryhmissä tai pareittain, matematiikan taitoja ei sovellettu arkielämän tilanteisiin tai olisi pohdittu onko tehtävän ratkaisu järkevä. Sekä oppilaat että opettajat kokivat tuntien usein pitävän sisällään yhteistä opettaja johtoista opetusta ja että oppilaat neuvovat tunneilla toisiaan. (Mattiila & Rautapuro 2013.)

5 TUTKIMUKSEN TOTEUTUS

Tutkimus toteutettiin neljän oppitunnin opetusjakson osana viikolla 43 opetus tapahtui 3 opetuskertana, 45min kerta. Kohderyhmänä oli eräs pirkanmaalaisen koulun kuudes luokka.

5.1 Tutkimuksen tarkoitus ja tutkimuskysymykset

Tutkimuksen tarkoituksena on kuvata kuudennen luokan oppilaiden pinta-alojen arviointiin ja laskemiseen liittyvää matemaattista ajattelua.

Tutkimuskysymykset ovat:

1. Miten oppilaat osaavat laskea suorakulmion muotoisia pinta-aloja?
2. Miten oppilaat osaavat arvioida suorakulmion muotoisten kappaleiden kokoluokkia?
3. Millä tavoin oppilaiden arviointikyky muuttui opetusjakson aikana?

5.2 Tutkimuksen menetelmät

Tutkimuskysymyksiin haettiin vastausta tehtävälomakkeen (LIITE 1) avulla. Lomake kuuluu määrällisten tutkimusmenetelmien joukkoon. Lomakkeen käyttö on perusteltua tutkimuskysymysten luonteen vuoksi. Lisäksi käytettävissä oleva ajan rajallisuuden vuoksi lomake sopi aineistonkeruu menetelmäksi. Tutkimus tapahtui osana opetusta. Opetuksessa saatuja havaintoja hyödynnettiin tulosten analyysissä. Opetuskerrat videoitiin tulkinnan tueksi, ja videoaineisto hävitettiin analyysin jälkeen. Tutkimusmenetelmä on pääsääntöisesti määrällinen, jossa hyödynnetään laadullista lähestymistapaa opetuskertojen ja niistä saatujen

havaintojen kautta. Seuraavissa kappaleissa käydään tarkemmin läpi tehtävälomakkeen laadinta ja pohditaan toimintatutkimuksen ideaa

5.2.1 Toimintatutkimus

Tutkielmassa havainnointiin koulunluokan toimintaa opetusinterventiossa. Tutkielmassa yhdistetään tutkimusta ja käytännön työtä, joten tutkielman toteutuksen voidaan katsoa menevän toimintatutkimuksen alle. Tosin määritelmää vastustaa hieman tutkielman ajallinen pituus, joka oli vain viikon mittainen. Eskola & Suoranta (2015) esittävätkin ettei toimintatutkimuksessa tutkijan ja tutkittavien vuorovaikutus ole ajallisesti tarkoin määrätty, vaan se on pysyvää ja pitkäaikaista. Toisaalta he mainitsevat myös, ettei toimintatutkimuksella ole varsinaisesti yhtenäistä tutkimustraditiota. Sekä Heikkinen (2015) ja Eskola & Suoranta (1998) määrittelevät toimintatutkimuksen enemmänkin lähestymistavaksi kuin tutkimusmenetelmäksi. Heikkinen (2015. 204) kuvaa toimintatutkimusta ohjaavan käytännön intressi, halu tietää miten asioita voisi tehdä paremmin. Käytännön tiedon etsintä saattaa näkyä myös tutkimuskysymyksen muotoilussa ja kuinka se saattaa tulla vasta tutkimuksen tehtävän määrittelyn jälkeen. Tämä tavoite saavutetaan käyttämällä erilaisia tutkimusmenetelmiä. Tässä tutkielmassa menetelmät olivat havainnointi, opetusinterventio ja tehtävälomake.

Toimintatutkimuksessa tutkija itse vaikuttaa tapahtumiin. Etnografiassa tutkijan tarkoitus on havainnoimalla yhteisöä ja näin ymmärtää sen käytännöt sisäisesti. (Eskola & Suoranta 1998.) Toimintatutkimuksessa taas tutkija taas pyrkii aktiivisesti vaikuttamaan yhteisöön, tehden muutosinterventioita. Tutkielmassa muutosinterventio oli kolmen opetuskerran kokonaisuus. Opetuskerrat sisälsivät tutkijavetoista opetusta, mutta myös tutkittavien itsenäistä työskentelyä, jota havainnoitiin sivusta tarpeen mukaan auttaen. Havainnointi toimintatutkimuksessa poikkeaa perinteisestä tutkimuksesta, jossa pyritään olemaan mahdollisimman objektiivinen vaikuttamatta tutkittaviin. Toimintatutkimuksessa havainnointi on osallistuvaa ja aktiivista vaikuttamista (Eskola & Suoranta 1998. 128-129). Tässä tutkielmassa havainnoinnin tukena käytettiin opetuskertojen videointia.

Toimintatutkimusta hyvin lähellä oleva suuntaus on ”tutkiva opettaja”, tosin koska kyseessä on kandidaatti tutkinnon opinnäytetyö, en katso, että kokemukseni ja kompetenssini riittäisi tutkielman menetelmän menevän tutkivan opettajan sarakkeen alle. Erityisesti siitä syystä, ettei tutkittava luokka ollut omani, vaan tein tutkielman toisen opettajan luokassa opetusinterventiona.

5.2.2 Tehtävälomakkeen laatiminen

Tutkimuksen aineistonkeruu toteutettiin paperisella tehtävälomakkeella. Paperinen lomake on perinteinen tapa kerätä aineistoa (Valli 2015). Keräystapoja on monenlaisia. Tässä tutkimuksessa tiedot kerättiin lomakkeella kaikilta vastaajilta samaan aikaan valvotusti. Yhteisen valvotun keräämisen etuna on mahdollinen kysymysten tarkentaminen ja mahdollisesti tuen tarjoaminen, jos vastaaja ei ole ymmärtänyt kysymystä (Valli 2015. 89-90). Myös Nardi (2018) mainitsee mahdolliset kysymysten väärinymmärrykset kysymyslomakkeen huonoiksi puoliksi. Monella tapaa ymmärrettävien kysymysten lisäksi kysymykset eivät saa olla johdattelevia. (Valli 2015. 84-85.)

Lomakkeen suunnittelussa täytyy ottaa vastaajat huomioon. Merkitsevä osuus lomaketta suunnitellessa on sen rakenne. Valli (2015) mukaan kyselylomakkeessa olisi hyvä olla taustakysymykset ensin, jonka jälkeen päävaihe ja lopuksi jäähdyttelykysymyksiä. Lomakkeen kielen tulee olla kielellisesti oikein, mutta tärkeää on myös löytää yhteinen kieli kohderyhmän kanssa (Valli 2015. 86-87).

Lomakkeen testaaminen on tärkeää. Lomakkeen mahdolliset epäkohdat ja virheet pystytään estämään lomakkeen huolellisella testaaminen ennen varsinaista käyttöä. Testaaminen tulisi tehdä aiheeseen perehtymättömällä, näin jos testaaja ei ymmärrä jotain kohtaa lomakkeesta, niin todennäköisesti varsinaiset vastaajatkaan eivät ymmärrä kohtaa. (Valli 2015. 87.)

Tutkimuksessa käytetyn tehtävälomakkeen suunnittelu alkoi jo tutkimussuunnitelmaa tehdessä. Tutkimuksen tarkoituksen selkiytyttyä, oli käytettävien menetelmien valinta. Tutkimuksessa täytyi olla myös jokin, jolla mitata opetusintervention mahdollisia vaikutuksia. Kyselylomake valikoitui sen muokattavuuden, mutta myös analyysivaiheessa tuoman ajansäästön vuoksi.

Muokattavuus mahdollisti tehtävälomakkeen suunnittelun jo ennen kuin tutkittava luokka-aste varmistui.

Testilomake koostui viidestä matemaattisesta tehtävästä ja yhdestä mielipidekysymyksestä. Testissä taustamuuttujana kysyttiin aluksi oppilaan nimi tulosten vertailun mahdollistamiseksi. Ensimmäisenä varsinaisessa kysymyksessä kysyttiin tutkittavan omaa arviota, kokeeko hän pinta-ala laskut haastaviksi vai helpoiksi asteikolla 1-4, jossa 1 on haastavia ja 4 helppoja. Jätin pois keskimmäisen vaihtoehdon, perusteluna on Vallinkin (2015) maininta keskimmäisen vastausvaihtoehdon olevan neutraali, ja tutkielman kannalta halusin selvittää miten oppilaat kokevat pinta-ala laskut. Neutraalivaihtoehdon pois jättäminen pakottaa vastaajan ottamaan kantaa.

Loppu tehtävälomake käsittelee pinta-alalaskujen aihepiiriä eri näkökulmista. Tehtävän 2. tarkoituksena oli selvittää oppilaiden suorakulmion pinta-alan laskutaitoa. Tarkoituksena oli tutkia osaavatko testattavat yksinkertaisen pinta-alalaskun. Koska luokka oli entuudestaan tuntematon 2. tehtävän tarkoitus oli myös selvittää tutkittavien lähtötasoa pinta-alalaskuissa, ja näin antaa lisä taustatietoa tulevien opetuskertojen suunniteluun. Kysymykset 3.-6. liittyivät pinta-alojen arviointitaitoon ja kykyyn. Kysymys 4. sisälsi myös pinta-alan laskutaitoon. Kysymykset 3., 5. ja 6. laitoi testattavat arvioimaan annettujen asioiden tai alueiden pinta-aloja ja 4. kysymyksessä tutkittavat valitsivat kysymykseen parhaiten sopivan vaihtoehdon. Tutkimuslomake on kokonaisuudessaan liitteenä 1.

Tutkielmassa käytetty lomake testattiin luokanopettaja opiskelijoilla. Testimäärä käsitti kolme ei matematiikkaan erikoistuvaa opiskelijaa. Lisäksi keskustelin tehtävälomakkeen rakenteesta ja vastaustavoista kahden matematiikkaan erikoistuvan luokanopettajaopiskelijan kanssa. Testauksen ja keskusteluiden myötä lomakkeen kieli muuttui koemaisempaan suuntaan, sekä 3. ja 4. tehtävien vastaustavoiksi varmistui monivalinta, avoimen vastauksen sijaan.

5.3 Aineiston keruu

Aineisto koostuu alku- ja lopputestistä, sekä kolmesta opetuskerrasta. Testit pidettiin samalla kaavalla molemmilla kerroilla, tosin lopputestin pidossa

huomioitiin mahdolliset alkutestissä nousseet ongelmat, mutta tehtävälomake pysyi samana. Opetuskerrat olivat eri päivinä ja olivat pituudeltaan 45-90 minuuttisia.

5.3.1 Aineistonkeruu, alku- ja lopputesti

Ennen alkutestiä kerroin tutkimuksen tarkoituksen. Ensimmäisen tunnin alkuun, ennen kuin jaoin testilomakkeet, esittelin itseni ja kerroin oppilaille tutkimukseni tarkoituksen ja miten tutkimuksen aineiston keruu tulisi etenemään. Näin tein luokassa oloni selväksi kaikille oppilaille ja havainnointini ei ollut ”salaista” kenellekään. Toimintatutkimuksen periaatteisiin kuuluu osallistuvahavainnointi (Eskola & Suoranta 1998. 128), jolloin tutkittavien on hyvä tietää miksi olin luokassa ja miksi esimerkiksi kuvasin tunnit videolle. Lisäksi kerroin testilomakkeesta alkuun, etteivät he välttämättä osaa vastata kysymyksiin, mutta siitä ei tule hätääntyä, vaan siinä tapauksessa siirtyy eteenpäin testissä. Alustuksen tarkoituksena oli saada oppilaat yrittämään testissä omien taitojensa mukaisesti, mutta myös estää mahdollista motivaation laskua johtuen mahdollisesti vaikeista kysymyksistä.

Testattavat täyttivät lomakkeen omaan tahtiin. Koska en tiennyt oppilaiden tasoa ennakkoon, en nähnyt tarpeelliseksi aikarajaan testissä, lisäksi en nähnyt aikarajan olevan tutkimuksen kannalta merkitsevä. Täytettävän lomakkeen etuina listataankin omaan tahtiin täyttäminen, datan keräämisen ja litteroinnin helppouden ohella (Nardi 2018. 16). Vaikka en asettanutkaan aikarajaa täytyi minun silti arvioida testin tekemiseen käytettävä aika, lopun oppitunnin suunnittelun vuoksi. Arvioni oli, että testiin kuluu maksimissaan 15 minuuttia, mutta lopullinen aika joka testiin käytettiin, oli 10 minuuttia. Varmistaakseni että kaikki vastaajat ymmärtävät mitä mahdollisesti mitä tarkoitan kysymyksillä, kerroin ennen testiä, että viittaamalla sai lisätietoa kysymyksistä. Näin estäen Valli (2015) ja Nardi (2018) mainitsevat mahdolliset väärinymmärryksistä kysymyksissä. Erityisenä huomiona testin selvydessä, selitin mitkä testin tehtävissä 5 ja 6 (LIITE 1) mainitut suorakulmiot (LIITE 2) olivat. Oikeita vastauksia ei käyty lomakkeen keräämisen jälkeen, koska käytin samoja kysymyksiä lopputestissä.

Lopputesti suoritettiin samalla kaavalla. Lopputestissä käytettiin samaa kysymyslomaketta. Perusteluna saman lomakkeen käytölle oli tämän vähentävän eri testilomakkeista aiheutuvaa muuttujaa tuloksissa. Samalla pidin samojen kysymysten tuomaa toistoa niin vähäisenä, ettei se vaikuttanut tuloksiin liikaa, varsinkin koska oikeita vastauksia ei koskaan käyty alkutestin lopuksi. Annoin saman ohjeistuksen testin aluksi kuin alkutestissä, lisäyksenä kerroin ettei 2. tehtävän jokaiselle viivalle tule saada tekstiä, tämä huomio tuli esille kesken alkutestin. Lopputestin täyttöön meni hieman yli 6 minuuttia.

5.3.2 Aineistonkeruu, Oppitunnit

Opetus tapahtui kolmena kertana ja yhteensä neljän 45 minuutin oppitunnin verran. Opetuskerrat pidettiin viikolla 43, tiistain ja torstain välisenä aikana. Opetuskerrat jakautuivat niin, että kaksi ensimmäistä kertaa olivat yhden 45 minuutin oppitunnin mittaisia ja viimeinen kerta oli kaksi 45 minuutin oppituntia niin että 30 minuutin välitunti oli oppituntien välissä. Jokainen opetuskerta oli omana päivänään.

Ensimmäisellä oppitunnilla tehtiin alkutesti ja käytiin suorakulmion sekä suunnikkaan pinta-alan laskeminen. Esittelyn ja alkutestin jälkeen, kyselin oppilailta hieman testin vaikeusasteesta ja osasivatko he tehdä siinä kysyttyjä tehtäviä. Tämän jälkeen kävin läpi pinta-alaa ja pinta-ala yksiköitä diojen ja keskustelun kautta. Oppitunneilla tulleista huomioista kerron enemmän tulokset osiossa. Dioissa käytiin läpi suorakulmion pinta-alan laskemisen periaatetta ja laskettiin esimerkki lasku. Lisäksi otin suunnikkaan laskemisen mukaan, koska se lasketaan samalla kaavalla kuin suorakulmio ja havainnollistinkin taululla suunnikkaan olevan ”vino suorakulmio”. Lopuksi laskimme testin tyyllisen sanallisen tehtävän, jossa pyydettiin laskemaan puolet nelin pinta-alasta, jos sivun pituus on 8 dm. Kävin kyseisen tehtävän läpi, koska koin sen hyvänä vaikeana sanallisena tehtävänä, joka olisi hyvä käydä koko luokan kanssa yhdessä läpi. En kokenut sen vaikuttavan liikaa lopputestin tulokseen, koska se käytiin sanallisesti ja painotuksena oli enemmänkin tehtävän kielentäminen, eli mitä tarkoittaa puolet jostakin ja miten se ilmenee matematiikassa.

Toisella opetuskerralla tutustuttiin oman kehon mittoihin. Toinen opetuskerta alkoi keskustelulla erilaisista menetelmistä mitata asioita ilman

tarkkoja mittaamisvälineitä. Kävin läpi etusormen ja peukalon etäisyyden eli vaaksan, ja oppilaat mittasivat oman vaaksansa ohjeistuksen mukaan. Tämän jälkeen oppilaat harjoittelivat vaaksan käyttöä, asettamalla kynän ja kumin omasta mielestään 30 cm etäisyyden päähän toisistaan ilman viivoittimen käyttöä. Tämän jälkeen oppilaat tarkastivat, kuinka lähelle he pääsivät annettua mitta. Oppilaat myös mittasivat sormiensa pituuden, näin esimerkkejä eri mitoille ja mahdollisia toisia kehon mittoja. Seuraavaksi siirryttiin askelmittaan ja oppilaat testasivat lattiaan vedettyjen maalarinteippien avulla, kuinka pitkä on metrin ja puolen metrin askel. Huomioin tunnin opetuksessa oppilaiden kasvuiän, ja painotinkin opetuksessa, että oppilaiden vaaksa ja sormien pituudet tulevat muuttumaan pituuskasvun myötä. Lopputunnista laskimme muutaman pinta-ala laskun. Lisäsin laskut mukaan opetuskerralle, koska olin alustavasti käynyt läpi alkutestin kysymystä 2., ja koin niiden perusteella hyväksi kerrata aihetta hieman.

Kolmas opetuskerta käsitti pienryhmätyöskentelyä ja lopputestin. Opetuskerta koostui kahdesta 45 minuutin oppitunnista. Alussa kävin oppilaiden kanssa suullisesti ja taululla pinta-alan yksiköt neliömillimetristä neliökilometriin. Perustelin läpikäynnin helpottavan hahmottamista eri kokoisille pinta-aloille. Tämän jälkeen jaoin luokan viiteen pienryhmään. Hyödynsin tässä luokan oman opettajan tietämystä luokan keskinäisestä vuorovaikutuksesta. Oppilaat aloittivat pistetyöskentelyn pienryhmissä ja jokaisella pisteellä oltiin noin 10 minuuttia. Pisteellä 1 piirrettiin annettuja pinta-aloja vihkoon, joko oikeassa mittakaavassa, tai pienoisversioina. 2. pisteellä laskettiin annetut pinta-ala laskut vihkoon, tällä rastilla jouduin tekemään yhden lisälaskun, oppilaiden laskemisnopeuden vuoksi. 3. pisteellä oppilaat arvioivat pienten esineiden sekä oman kämmenen ja jalkapohjan pinta-aloja, jotka he arvion jälkeen mittasivat ja laskivat tarkat arvot. 4. pisteellä oppilaat muodostivat tulitikuista ohjeiden mukaisia kuvioita. 5. pisteellä oppilaat arvioivat isojen esineiden kokoja, jonka jälkeen he mittasivat ne ja laskivat tarkat arvot. Pistetyöskentelyn aikana autoin pyydettäessä, sekä tarkastin, menivätkö oppilaiden laskut ja arviot oikein. Pistetyöskentelyn jälkeen oppilaat tekivät lopputestin. Testin jälkeen kävimme sen oikeat vastaukset läpi ja kiitin oppilaita osan otosta tutkimukseen.

6 TUTKIMUSTULOKSET

Testilomake on kokonaisuudessa liitteenä 1 oikeiden vastausten kera, lisäksi tehtävissä 3, 5 ja 6 käytetyt mitattavat esineet ja kuviot ovat kuvattu ja löytyvät liitteistä 2 ja 3. Tehtävälomakkeen tehtävien pisteytys kerrotaan tehtäväkohtaisesti, kun tehtävää käsitellään tuloksissa. Taulukoissa käytetään ratkaisuprosenttia, joka saadaan, kun laskettiin tehtäväkohtaisesti saatujen pisteiden aritmeettiset keskiarvot. Alkutestin teki 18 oppilasta ja lopputestin 20 oppilasta.

6.1 *Oppilaiden laskutaito suorakulmion pinta-alasta*

Ensimmäinen tutkimuskysymys oli:

1. Miten oppilaat osaavat laskea suorakulmionmuotoisia pinta-aloja?

Tähän vastataan alku- ja lopputestin kysymyksen 2. ja 4. kautta. Lisäksi tuloksessa käytetään opetuskerroilta kerätty havaintojen ja videomateriaalin analyysin kautta saatuja huomioita. Testilomakkeen (LIITE 1) kysymys 2. käsitti yksinkertaisen suorakulmion pinta-alan laskun. Kysymyksen ratkaisuprosentti oli alkutestissä 28% (N=18) ja lopputestissä 68% (N=20) (TAULUKKO 2). Ero alku- ja lopputestin välillä on siis 40 prosenttiyksikköä. Kysymyksestä oli mahdollista saada maksimissaan yksi piste. Puoli pistettä sai, jos lasku oli oikein, mutta yksiköt olivat väärin tai niitä ei ollut. Jos lasku oli väärin ja yksiköt oikein, ei siitä saanut puolta pistettä. Tämä sen vuoksi, että tehtävän päätarkoitus oli testata osaako vastaaja laskea pinta-alan, ja toissijaisena tehtävänä selvittää osaako vastaaja neliömetrien käytön.



TAULUKKO 1. Taulukossa on teemoitettu oppilaiden vastaustavat tehtävässä 2. Alkutesti N=18 ja lopputesti N=20

Oikeiden vastausten määrä nousee lopputestissä. Alkutestissä tehtävässä 2. täysin oikeita vastauksia oli kolme kappaletta, lisäksi puolikkaan pisteen arvoisesti vastattiin neljässä paperissa. Väärä vastaus johtui kahdesta syystä alkutestissä. Yhdeksän vastaajaa oli laskenut tehtävässä annetun kappaleen piirin ja kaksi vastaajaa oli laskenut kappaleen pinta-alan kaksinkertaisena. Lopputestissä täysin oikeita vastauksia oli 11 ja puolikkaan pisteen vastauksia oli neljä kappaletta, joista kaikki olivat väärillä yksiköillä, yhdessä vastauksessa annettu yksikkö metri oli vaihtunut senttimetriin. Nollan pisteen vastauksia oli viisi kappaletta, joista kolmessa oli laskettu kappaleen piiri ja kahdessa lasku oli väärin. Toinen vääristä laskuista oli pinta-ala laskun ja piirin yhdistelmä ja toisessa vastaaja oli laskenut kertolaskun väärin.

Tehtävä neljä mittasi pinta-ala laskun ymmärrystä. Tehtävä 4. (LIITE 1.) voidaan katsoa olevan yhteydessä pinta-alan laskemiseen, koska vastausvaihtoehdoissa on annettu kappaleiden mitata, joten vastaaja voi laskea päässä tai paperilla kappaleiden pinta-alat. Laskemista tosin edellyttää, että vastaaja osaa pinta-alan kaavan. Tehtävä oli monivalintatehtävä, joten tehtävästä oli mahdollista saada yksi piste, jos vastaaja ympyröi oikean vastausvaihtoehdon. Ratkaisuprosentti alkutestissä oli 28% ja lopputestissä

50%, ero testien välillä oli siis 22% prosenttiyksikköä. Tehtävän 4. vastausten jakauman voi nähdä liitteessä 4 olevasta taulukosta.

Havainnot videoista. Analyysi videotallenteista ja omista havainnoista. Testin jälkeen esitin kysymyksen ”kuinka monelle oli helppoa laskea se pinta-ala lasku?”, seitsemän kättä nousi tilanteessa. Jos määrää verrataan alkutestin tuloksiin, on se oikeassa suhteessa, kun alkutestissä tehtävästä pisteitä saaneiden vastaajien määrä oli seitsemän. Tarkemmassa tarkastelussa kuitenkin selviää, ettei osa kättään nostaneista ollut saanut tehtävää oikein, vaikkakin koki sen helpoksi. Jokaisella opetuskerralla laskettiin vähintään yksi pinta-ala tehtävä yhdessä, ja viimeisen opetuskerran pistetyöskentelyssä oli yksi piste kokonaan pinta-ala laskua. Laskettavia tehtäviä oli alun perin kolme kappaletta, mutta johtuen oppilaiden laskunopeudesta rastille tehtiin kaksi lisälaskua. Yhdelläkään ryhmällä ei näyttänyt olevan vaikeuksia saada tehtyä tehtäviä ja tehtävien ratkaisut olivat myös oikein.

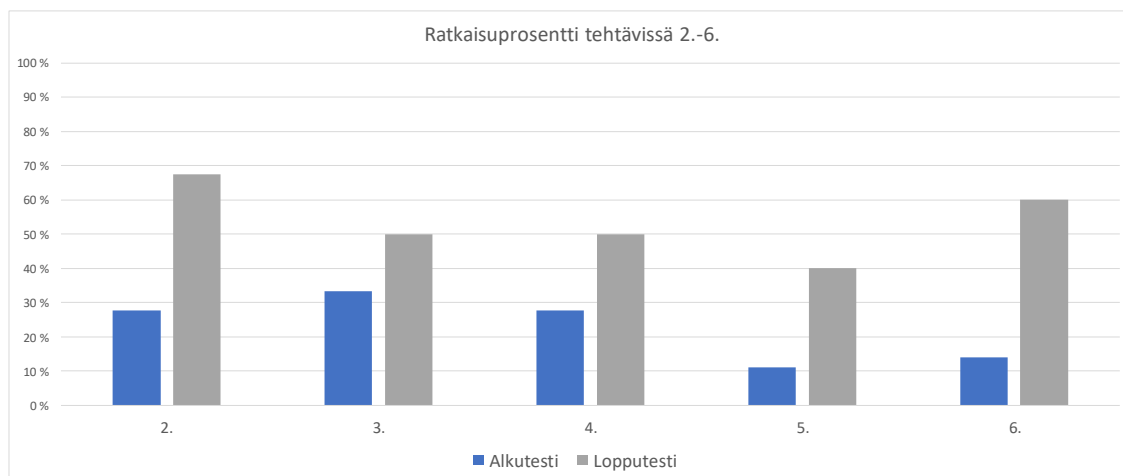
Tarkastellessa alku- ja lopputestin ratkaisuprosentteja ja havaintomateriaalia, voidaan niiden puitteissa sanoa oppilaiden laskutaidon suorakulmioiden pinta-alan laskemisessa olleen alkutestin aikaan heikko, kun vain kolme vastaajaa kahdeksastatoista sai täysin oikean vastuksen. Ja puolikkaan pisteen saaneitakin oli neljä kappaletta, näin ollen 11 vastaajaa jäi kokonaan ilman pisteitä alkutestissä 2. tehtävän kohdalla. Lopputestissä vastaajien osaamistaso oli hyvä kun 11 vastaajaa sai täysin oikean vastuksen ja neljä vastaajaa sai puolet oikein. Lopputestissä siis vain viisi vastaajaa ei saanut ollenkaan pistettä 2. tehtävässä (lopputestissä oli kaksi uutta vastaajaa, jotka eivät olleet vastaamassa alkutestiin). Syitä oppilaiden laskutaidon parantumiseen pohditaan tarkemmin pohdinta osuudessa.

6.2 Suorakulmioiden kokoluokan arviointi

Toisena tutkimuskysymyksenä oli:

2. Miten oppilaat osaavat arvioida suorakulmion muotoisten kappaleiden pinta-aloja?

Vastaus kysymykseen voidaan nähdä alla olevasta taulukosta sarakkeista 3.-6..
(TAULUKKO 2)



TAULUKKO 2. Alku- ja lopputestin ratkaisuprosentit tehtävittäin. Alkutestissä N=18 ja lopputestissä N=20

Alkutestissä korkein ratkaisuprosentti tehtävistä oli 33% ja matalin 11%, tehtävien ratkaisuprosenttien keskiarvo oli 22%. Lopputestissä korkein ratkaisuprosentti oli 60% ja matalin 40% ja tehtävien ratkaisuprosenttien keskiarvo oli 50%. Ratkaisuprosentin nousun keskiarvo oli 28% prosenttiyksikköä. Joten oppilaiden osaaminen suorakulmion muotoisten kappaleiden pinta-alojen arvioimisessa nousi testijakson aikana. Syitä nousuun pohditaan tarkemmin pohdinta osuudessa.

6.3 Arviointikyvyn kehitys

Kolmas tutkimuskysymys oli:

3. Millä tavoin oppilaiden arviointikyky kehittyi opetusjakson aikana?

Oppilaiden arviointikyvyn kehitystä voidaan arvioida testilomakkeen kysymysten 1 ja 3-6 tulosten avulla sekä havaintoaineiston analyysin avulla. Tässä kappaleessa keskitytään vertailemaan tuloksia ja pohdinta kappaleessa keskitytään mahdollisiin syihin ja niiden taustoihin.

Oppilaiden käsitys pinta-alalaskujen haastavuudesta ei muuttunut jakson aikana. Testilomakkeen ensimmäinen kysymys mittasi oppilaiden omaa käsitystä kuinka haastavina tai helpoina he kokivat pinta-ala laskut. Alkutestin vastausten

keskiarvo oli pyöristettynä 2,81 ja lopputestin keskiarvo oli pyöristettynä 2,78. Eron ollessa vain 0,03 prosenttiyksikköä, voidaan sanoa, ettei oppilaiden käsityksissä tapahtunut muutosta jakson aikana. Oppilaiden suhtautuminen pinta-alalaskuihin oli siis neutraali, vaikkakin pieni painotus ”helppoa” kohti.

Oikein vastanneiden prosentti nousi lopputestissä. Aiemmassa luvussa 6.2 esitellyssä taulukossa (TAULUKKO 1) voidaan nähdä oikeiden vastausten määrän lisääntyneen lopputestissä. Tehtävistä oli mahdollista saada pisteitä joko 0.5 tai 1 piste. Tehtävissä 2, 5-6 mahdollisuus oli myös puolikkaisiin, jos lasku tai arvio oli oikein. Tehtävissä 3 ja 4 ei ollut mahdollista saada puolikkaita pisteitä. Vertailtaessa oppilaiden alku- ja lopputestin kokonaispisteitä, parani pisteet 83,3% oppilaista, tämä tarkoittaa 15 oppilasta. Kahdella oppilaalla kokonaispisteet heikkenivät ja yhdellä oppilaalla tulos pysyi samana. Kun tarkastellaan tuloksia tutkimuskysymykseen, nähdään että oppilaiden arviointi kyvyt paranivat selvästi arvioitaessa oikean kokoisia kappaleita ilman valmiiksi annettuja vaihtoehtoja. Taitotaso nousi myös kappaleiden kokojen arvioinnissa, kun vastausvaihtoehdot olivat annettu valmiiksi, tosin kasvu ei ollut niin suurta tällä osa-alueella.

Oppilailla ei ollut taitoja arvioida kappaleita ennen testijaksoa. Lopputestin jälkeen kysyin, oliko oppilailla minkäänlaisia keinoja arvioida pinta-aloja tai pituuksia ennen testijakson aloittamista, ja oppilaat kertoivat, ettei heillä ollut kyseisiä keinoja. Opetuskertojen aikana oppilaat opettelivat oman vaaksansa pituuden ja lisäksi he saivat tietoa muista kehon mitoistaan. Oppilaat myös oppivat käyttämään ympäristöään hyödyksi ja valmiiksi tietämiään pituuksia ja näin hyödyntämään niitä arvioissaan.

Alku- ja lopputestiä vertaillessa oppilaiden arviointikyky kehittyi selvästi, kun vastausvaihtoehtoa ei ollut ennalta annettu. Kehittymistä tapahtui myös, kun vastausvaihtoehdot olivat valmiiksi annettuja, mutta kehitys ei ollut niin suurta perusteella oppilaiden. Havainto aineistosta selvisi, että oppilailla ei ollut ennen testijaksoa keinoja arvioida pinta-aloja tai pituuksia. Testijakson jälkeen oppilaat osasivat käyttää kehonmittoja, sekä arvioida lyhyitä mittoja silmämääräisesti. Ja näiden lukujen avulla suorittaa pinta-ala laskuja.

7 POHDINTA JA LUOTETTAVUUS

7.1 Luotettavuus ja eettisyys

Toimintatutkimus ei ole täysin objektiivinen. Sekä Eskola & Suoranta (1998) ja Heikkinen (2015) toteavat ettei toimintatutkimus pyri perinteisen tutkimuksen tyyliin täysin objektiiviseen tietoon. Syy subjektiivisuuteen on, että tutkija on itse mukana tutkittavien joukossa tehden tietoisia muutoksia eli interventioita joukkoon. Tällöin tutkimuksessa saatu tieto on enemmänkin käytäntöön sidottua ja sitä tulkitaan tutkijan henkilökohtaisen kokemuksen kautta. Tässä tutkielmassa subjektiivisuus näkyykin aineiston keruun yhteydessä pidetyissä opetuskerroissa. Jos tutkimus uusittaisiin, olisi jokainen opetuskerta erilainen, koska jo jokaisen opetettavan oppilaan taitotaso luo vaihtelua mahdollisiin tuloksiin, puhumattakaan päivän muiden oppituntien tuomista taustamuuttujista. Lisäksi jokaisella opettajalla on oma tyylinsä, joka vaikuttaa oppilaiden oppimiseen. Jos esimerkiksi luokan oma opettaja olisi pitänyt tunnit materiaalien avulla saattaisivat tulokset olla erilaiset.

Opetusmateriaalien tuhoutuminen vaikeuttaa tutkimuksen uusimista. Opetuskertojani varten valmistellut tuntisuunnitelmat olivat tallennettuina tietokoneelleni. Viimeisen pidetyn opetuskerran jälkeen, jostakin syystä tuntisuunnitelmien lopulliset versiot korruptoituivat ja näin ollen menetin opetuskertojen tarkat opetussuunnitelmat. Olin tehnyt varalta toisen tallennukset, mutta se oli vanhempi tallennus ja näin ollen tiedoiltaan erittäin vajavainen. Toinen tallennus myös käsitti vain ensimmäisen opetuskerran alustavan suunnitelman. Videotallenteiden myötä olen kirjannut ylös tuntien rakenteen ja mitä tunteilla tehtiin, mutta se ei vastaa täysin tuntisuunnitelmia. Lisäksi koska videotallenteet tuhottiin tutkimuksen jälkeen anonymiteetin varmistamiseksi, ei videoita ole edes mahdollista tutkia uudelleen. Myös viimeisen opetuskerran pienryhmä tehtävistä, tein pinta-alalaskut piirtäen paperille, jonka kopioin tarvittavan määrän. Johtuen viikolla kertyneestä väsymyksestä sekä hetkellisestä

huolimattomuudestani en luokkaa siistiessäni säästänyt yhtäkään tehtäväpaperia kyseiseltä rastilta. Näin ollen en pysty näyttämään millaisia pinta-ala laskuja oppilaat laskivat pienryhmätunnilla.

7.2 Pohdinta

Pinta-ala laskut saattavat olla mekaanista suorittamista. Ensimmäinen tutkimuskysymys etsi vastausta oppilaiden suorakulmion muotoisen alueen pinta-alalaskutaitoon. Vaikka kehitys oli selkeää alku- ja lopputestin välillä, antoi alkutesti pohdittavaa oppilaiden pohjalaskutaidosta ja oppikirjan vaikutuksista. Alkutestissä 2. tehtävässä (LIITE 1), suurempi joukko oppilaita laski kappaleen piirin kuin pinta-alan. Vaikka tehtävälomaketta rakentaessa pyrin koemaiseen ulkoasuun, annoin tarkoituksella kuviossa kaikkien sivujen pituudet. Näin ollen, jos oppilas ei muistanut tarkalleen, kuinka pinta-ala laskettiin, ei kuvio antanut suoraa vihjettä laskun kaavasta. Kun tarkastelin oppilaiden käyttämiä matematiikan kirjoja, huomasin kaikissa pinta-ala laskuissa annettavan vain tarvittavat arvot. Piiri tehtävissä kolmioiden kohdalla annettiin yleensä kaikkien sivujen arvot, vaikka kolmio olisikin tasakylkinen tai sivuinen. Tästä voi johtua piirin laskeneiden suuri määrä. Tätä tukee myös lopputestissä laskun oikein laskeneiden määrän kasvu.

Oppilaat olivat koe orientoituneita. Kun testasin kysymyslomaketta kanssa opiskelijoillani, osasivat he ajatella laatikon ulkopuolelta. 4. Tehtävässä (LIITE 1.) pyydetään ympyröimään arvioitu pinta-ala neljästä vaihtoehdosta. Kanssa opiskelijani arvioivat kyllä tehtävän, mutta he myös laskivat koepaperille annettujen vaihtoehtojen koot annetuista arvoista. Tämä takaportti ei tullut mieleenikään koetta suunnitellessa, mutta tapa oli sallittu, koska tehtävä ei suoraan kiellä arvojen laskemista. Vaikka laskeminen ei ole 4. tehtävän idean mukaista, jätin tämän vaihtoehdon silti auki lopulliseen testiin. Syynä tähän oli, että vaikka tehtävä mittaa pääsääntöisesti arviointikykyä, on se myös päässälaskutehtävä pinta-aloista, jos sen osaa ymmärtää niin. Kukaan oppilaista ei käyttänyt paperille laskemistapaa ratkaisemiseen. Tämä voi mahdollisesti liittyä testin koemaiseen ulkoasuun ja koska tehtävässä ei mainita laskemisesta mitään, niin oppilaat vaistovarasesti jättivät myös tämän tekemättä.

Oppilaat eivät nähneet pinta-ala tehtäviä haastavina tai helppoina. Ensimmäinen tehtävä käsitteli oppilaiden omaa käsitystä ovatko pinta-ala laskut haastavia tai helppoja. Keskiarvo vastauksista noin 2.80 molemmilla testikerroilla. Kysymys oli testissä, vaikkakin tiesin viikon olevan todennäköisesti liian lyhyt aika muuttamaan oppilaiden yleistä tuntemusta pinta-ala tehtäviä kohtaan. Mielenkiintoisempaa oli verrata tehtävälomaketta testanneiden opiskelijoiden reaktioita oppilaiden tuntemukseen taidoistaan. Yksikään testaajista ei tiennyt testilomakkeen sisältöä ennen testaamistaan, jonka vuoksi heidän reaktionsa olivat aitoja saadessaan testin eteensä. Kaksi kolmesta testaajasta järkyttyi testin sisältävän matemaattisia laskuja, ja he ilmoittivatkin heti alkuun, että he ovat omasta mielestään huonoja matematiikassa. He myös lisäsivät, että en saisi tuomita heitä, jos yksikään tehtävä ei mene oikein. Kaikki vastaajat saivat täydet pisteet testistä. Tämä epäileväisyys omia kykyjä kohtaan ei noussut esille oppilailla yhdelläkään opetuskerralla. Pikemminkin erä oppilaista tuli keskiviikon opetuskerran päätteeksi tiedustelemaan taululla käydystä tehtävästä ja kävimme tehtävän vielä uudestaan läpi. Oppilaille ei ollut siis muodostunut vielä epäonnistumisen pelkoa saati epäilyksiä omaa pätevyyttään kohden, toisin kuin vertaisillani.

Oppilaiden arviointitaito kehittyi. Olen selittänyt luvussa 3. *taidon* ja *kyvyn* eron. Alkutestin oppilaat tekivät pohjatiedoillaan ja lopputestin jälkeen paljastui, ettei heillä ollut tapoja arvioida pinta-aloja ilman mittavälineitä. Oppilailla ei ollut siis harjoiteltuja taitoja tai ne olivat vähäiset ennen alkutestiä, jolloin tämän voidaan katsoa kuvanneen oppilaiden luontaista kykyä arvioida pinta-aloja. Lopputestissä taas oppilaat olivat oppineet ja harjoitelleet erilaisia tapoja arvioida pinta-aloja, näin ollen kasvattaen taitojaan asiassa. Tutkimuskysymys paljastaakin siis oppilaiden lähtökyvyn ja kuinka paljon arviointitaito kehittyi jakson aikana. Näiden pohdintojen kautta toisen tutkimuskysymyksen vastauksen voi jakaa kahteen osaa. Alussa enemmistö oppilaista ei osannut arvioida pinta-aloja, kun taas opetusjakson jälkeen enemmistö oppilaista osasi arvioida pinta-aloja jollakin tasolla.

Kehittyminen on monesta tekijästä kiinni. Kolmas tutkimuskysymys etsii vastausta millä tavoin arviointikyky kehittyi. Vaikka edellisessä tekstikappaleessa erotinkin alkutestin kertovan mahdollisesti kyvystä ja lopputestin taidosta, ei se silti tarkoita, etteikö oppilaan kyky voisi parantua lopputestiin. Vaikka Niiniluodon

(1996) mukaan kyvyt ovat ihmisellä enemmän synnynnäisiä taitoja tai taipumuksia, ei hän silti poista mahdollisuutta harjoittelun tuomaan kehitykseen kyvyissä. Tulosten puolesta oppilaiden kyvyn voidaan katsoa kehittyneen, mutta kysymys haluaakin saada vastauksen millä tavoilla kyky kehittyi. Esittelin aiemmin Battistan (2003) tapaa pinta-alan arviointiin ja kuinka alue jaetaan neliöihin. Koska neliössä sivut ovat samanpituisia, painotin opetuskerroilla oppilaille kertotaulujen osaamisen tärkeyttä, mutta myös oikean kertotaulun valintaa. Koin helpoimpana ja loogisimpana kertotauluna kymmenkertotaulun. Opetuskerroilla oppilaat opettelivat arvioimaan metrin askeleen ja kuinka pitkä on 10 cm. Oppilaat myös opettelivat myös oman vaaksansa mitan. Näillä oli myös tarkoitus parantaa oppilaan kyky arvioida tietty matka silmämääräisesti, jonka vuoksi valitsin helpot perusyksiköt laskea kuten 10 cm ja 1 m. Näiden harjoitteiden ja testitulosten myötä voidaan oppilaiden arviointi kyvyn kehittyneen näillä osa-alueilla. Opetuskerroilla käytiin myös eri yksiköitä, jonka myötä osan oppilaiden hahmotuskyky yksiköiden välillä saattoi parantua. Johtuen opetuskertojen ulkoisista muuttujista ei opetuskertojen voida katsoa olevan 100% syy minkään kyvyn parantumiseen. Mutta annettujen perustelujen valossa voidaan sanoa opetuskertojen olleen osasyynä oppilaiden arviointikyvyn kehitykseen.

Johtuen otoskoon pienuudesta (alkutesti $n=18$ ja lopputesti $n=20$) ei tutkielmasta voida tehdä yleistyksiä. Tosin tutkielman tarkoitus olikin enemmän antaa näkökulmaa aihepiiriin ja sitä kautta mahdollisesti löytää jatkotutkimusaiheita.

7.3 Jatkotutkimusmahdollisuudet

Tutkielma oli näkökulmia avaava. Tutkielman tuloksien analyysin aikana, ymmärsin muutamia kehityskohteita työssä. Ensimmäisenä olisin voinut kysyä oppilailta taustamuuttujia laajemmin. Tehdessäni testilomaketta, en nähnyt tarvetta kysyä oppilaan sukupuolta, mutta tämän vuoksi minulla jäi pois mahdollisuus vertailla sukupuolten tasoeroja ja ovatko ne yhteyksissä kokomaan laajuudella tehtyjen testien tuloksiin. Mahdollisissa jatkotutkimuksissa aiheesta, sukupuolen mukaan otto tuloksien vertailuun on perusteltua.

Toinen kehitys kohde olisi testilomakkeen parempi ja laajempi kehittäminen. Nyt testilomake koostui kuudesta kysymyksestä, joista yksi oli mielipidekysymys. Jatkossa kysymysten määrää voisi nostaa muutamalla, kuitenkin liiallinen määrä kysymyksiä laskee vastaajien motivaatiota pyrkiä vastaamaan parhaan taitonsa mukaan (Valli 2015. 87). Lisäksi mahdollinen tutkittavana olevien ikäisillä testaaminen saattaisi antaa kehitys ideoita ja mahdollisia kohteita lomakkeeseen, niin kysymys asettelussa, käytetyssä kielessä, kuin itse kysymyksissä.

Kolmantena tutkimusaiheen mahdollinen rajausta koskemaan valittuja laskukeinoja tai mahdollisia ajattelun taustalla olevia tekijöitä. Koska tutkielman tulokset painottuivat enemmän määrällisen aineiston suuntaan, voisi mahdollinen jatkotutkimus kohde olla oppilaan ajatukset ja ratkaisukeinot tehtävissä. Esimerkiksi olisi ollut mielenkiintoista kysyä tehtävässä 2. piirin laskeneilta oppilaita syitä juurikin piirin eikä pinta-alan laskuun. Myös kuinka oppilaat hahmottavat arvioitavat pinta-alat olisi mahdollinen tutkimuskohde.

8 LÄHTEET

- Aunola & Nurmi. 2018. Matemaattisten taitojen kehitys kouluiässä. Teoksessa: Joutsenlahti, J., Silfverberg, H., Räsänen, P., & Aro, M. (2018). *Matematiikan opetus ja oppiminen* (1. painos. ed.). Jyväskylä: Niilo Mäki Instituutti.
- Battista. 2003. Understanding students' thinking about area and volume measurement. Teoksessa Bright, G., Clements, D. H., Stephan, M., Barret, J. E., Jones, G., Thorton, C., . . . Leonelli, E. (2003). *Learning and teaching measurement*. Reston, Va: National Council of Teachers of Mathematics.
- Eskola, J. & Suoranta, J. (1998). *Johdatus laadulliseen tutkimukseen*. Tampere: Vastapaino.
- Heikkinen. 2015. Toimintatutkimus: Kun käytäntö ja tutkimus kohtaavat. Teoksessa: Valli, R. (2015). *Ikkunoita tutkimusmetodeihin: 1, Metodien valinta ja aineistonkeruu: virikkeitä aloittelevalle tutkijalle* (4., uudistettu painos.). Jyväskylä: PS-kustannus.
- Joutsenlahti & Vainionpää. 2010. Oppimateriaali matematiikan opetuksessa ja osaamisessa. Teoksessa Niemi, E., Metsämuuronen, J. (2010) Miten matematiikan taidot kehittyvät? Edita Prima Oy, Helsinki: Opetushallitus
- Joutsenlahti & Kulju. 2010. Kieliteoreettinen lähestymistapa koulumatematiikan sanallisiin tehtäviin ja niiden kielennettyihin ratkaisuihin. Teoksessa Ropo, E., Silfverberg, H., Soini, T., Ahtineva, A., Asanti, R., Järvinen, H., . . . Valtaranta, N. (2010). *Toisensa kohtaavat ainedidaktikat: Ainedidaktinen symposiumi 13.2.2009 tampereella*. Tampere: Tampereen yliopisto.

- Joutsenlahti & Rättyä. 2014. Kieltämisen käsite ainedidaktisissa tutkimuksissa. Teoksessa Kauppinen, M., Rautiainen, M. & Tarnanen, M. (2015). Rajaton tulevaisuus: Kohti kokonaisvaltaista oppimista: ainedidaktiikan symposium Jyväskylässä 13.-14.2.2014. Helsinki: Suomen ainedidaktinen tutkimusseura.
- Metsämuuronen. 2013. Perusopetuksen matematiikan oppimistulosten pitkittäisarviointi vuosina 2005–2012. Juvenes Print – Suomen Yliopistopaino Oy, Tampere: Opetushallitus
- Nardi, P. M. (2018). Doing survey research: A guide to quantitative methods (Fourth edition.). New York: Routledge.
- Niemi. 2008. Matematiikan oppimistulosten kansallinen arviointi 6. vuosiluokalla vuonna 2007. Yliopistopaino, Helsinki: Opetushallitus
- Niemi. 2010. Matematiikan oppimistulokset 6. vuosiluokan alussa. Teoksessa: Niemi, E., Metsämuuronen, J. (2010) Miten matematiikan taidot kehittyvät? Edita Prima Oy, Helsinki: Opetushallitus
- Niemi & Metsämuuronen. 2010. Miten matematiikan taidot kehittyvät? Matematiikan oppimistulokset peruskoulun viidennen vuosiluokan jälkeen vuonna 2008. Edita Prima Oy, Helsinki: Opetushallitus
- Niiniluoto I. 1996. Informaatio, tieto ja yhteiskunta: Filosofinen käsiteanalyysi (5. täyd. p.). Helsinki: Edita.
- Rautopuro 2013. Hyödyllinen pakkolasku. Juvenes Print – Suomen Yliopistopaino Oy. Opetushallitus
- Saariluoma P. 1990. Taitavan ajattelun psykologia. Helsingissä: Otava.
- Silfverberg H. 2018. Geometrinen käsitteenmuodostus oppimisen tutkimuksen kohteena. Teoksessa: Joutsenlahti, J., Silfverberg, H., Räsänen, P., & Aro,

M. (2018). *Matematiikan opetus ja oppiminen* (1. painos. ed.). Jyväskylä: Niilo Mäki Instituutti.

Valli. 2015. Paperinen kyselylomake. Teoksessa Valli, R. 2015. *Ikkunoita tutkimusmetodeihin: 1, Metodin valinta ja aineistonkeruu: virikkeitä aloittelevalle tutkijalle* (4., uudistettu painos.). Jyväskylä: PS-kustannus.


Nimi: _____

1. Arvioi asteikolla 1-4 ovatko pinta-ala laskut mielestäsi:

Haastavia 1 2 3 4 Helppoja

2. Laske kuvassa olevan suorakulmion **pinta-ala**. Merkitse lauseke ja yksiköt näkyviin.

12m



9m

12m

$12\text{m} \times 9\text{m} = 108\text{m}^2$

3. Ympyröi oikea vaihtoehto. Arvioi kuinka suuri on matematiikan kirjan kannen pinta-ala


OIKEA VASTAUS: C

a) noin 510cm^2 b) noin 230cm^2 c) noin 1000cm^2 d) noin 650cm^2

4. Ympyröi mikä seuraavista vaihtoehdoista on puolet yhdestä neliömetristä

OIKEAVASTAUS: A

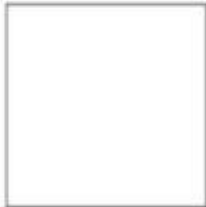
a)



100cm

50cm

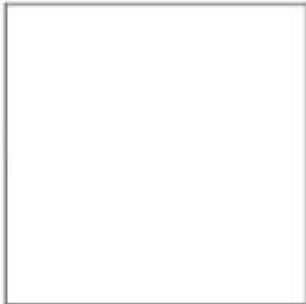
b)



50cm

50cm


c)



75cm

75cm

d)



25cm

25cm

Liite 1(2)

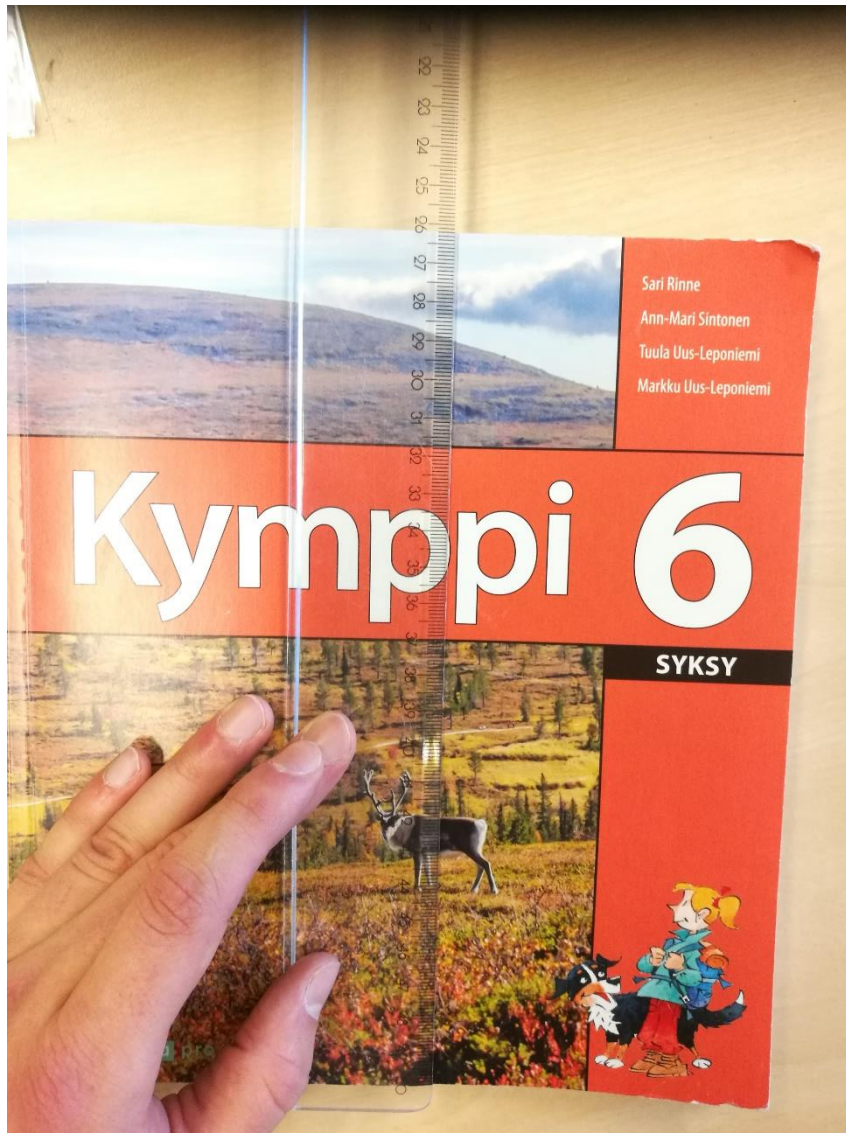
5. Arvioi kuinka suuri on 1. Neliön pinta-ala, anna vastaus neliömetreissä (*Lattialla maalarinteipillä rajattu $2m^2$ kokoinen alue $1m \times 2m$*)? $2m^2$
6. Arvioi kuinka suuri on 2. Neliön pinta-ala anna vastaus neliösenttimetreissä? $100cm^2$
(*Paperista leikattu $10cm^2$ kokoinen alue $10cm \times 10cm$*)

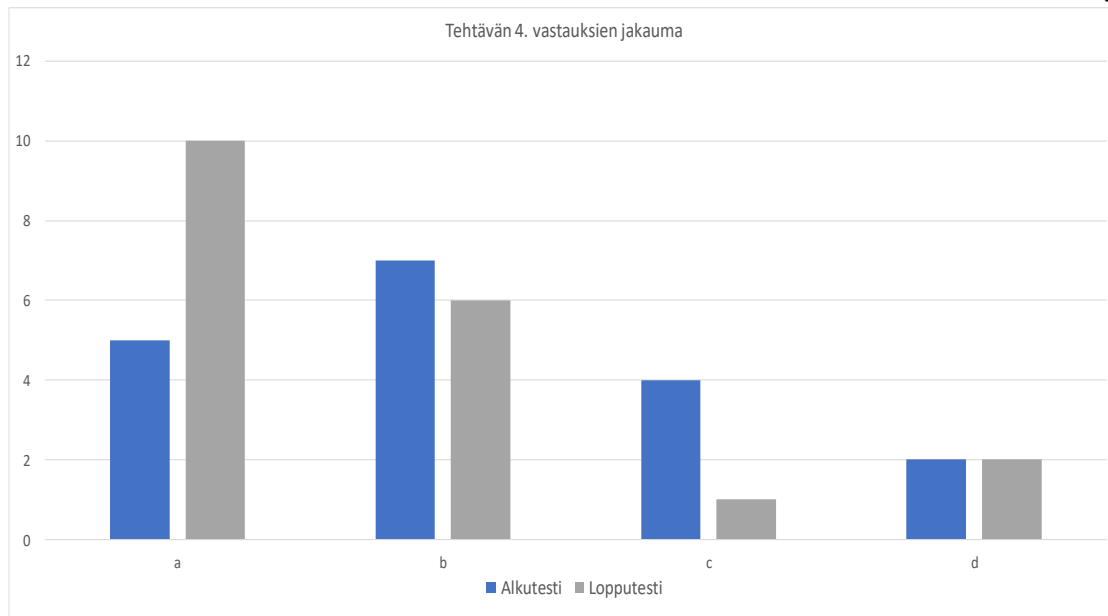
Liite 2(1)



Liite 2(2)







TAULUKKO 3. Tehtävän 4. vastausten jakauma alku- ja lopputestissä. Oikea vastaus tehtävässä oli vaihtoehto a. Alkutestin N=18 ja lopputestin N=20